DISCLAIMER

Ich übernehme keine Haftung über mögliche Fehler in den Notizen. Es hat sicherlich ein paar drinnen.

Fehler können per Mail an jirruh@ethz.ch gemeldet werden.

Serie 1

Aufgabe 1

a) $F = m \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = -mg \cdot \sin(\varphi)$ || $s = \ell\varphi$

$m\ell \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg \cdot \sin(\varphi)$ || $x << L$ ⟹ kleine Auslenkungen ⟹ $\frac{d\varphi^2}{dt^2} \hat{=} -\frac{g}{L}\varphi$

$F_{Pendel} = -mg\varphi$

$F_{Feder} = -k_F x$

$F_{Ges} = F_{Pendel} + F_{Feder} = -mg\varphi - k_F x = -mg \cdot x/L - k_F x$

$$\underline{\underline{m\ddot{x} + mg \cdot x/L + k_F x = 0}}$$

b) $x(t) = A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)$ || Einsetzen in die Bewegungsgleichung

$\dot{x}(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) + B \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$

$\ddot{x}(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) - B \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$ || Einsetzen in die Bewegungsgleichung

$-m \cancel{A}\omega^2 \cos(\omega t) - m \cdot \cancel{B}\omega^2 \sin(\omega t) + \cancel{mg} \cdot \frac{\cancel{A}\cos(\omega t) + \cancel{B}\sin(\omega t)}{\cancel{L}} + \cancel{k_F} \cdot \cancel{A}\cos(\omega t) + \cancel{B}\sin(\omega t) = 0$

$\left(-mA\omega^2 + \frac{mgA}{L} + k_F A\right) \cdot \cos(\omega t) + \left(-mB\omega^2 + \frac{mgB}{L} + k_F B\right) \sin(\omega t) = 0$

$\left(-mA\omega^2 + A \cdot \left[\frac{mg}{L} + k_F\right]\right) \cdot \cos(\omega t) + \left(-mB\omega^2 + B \cdot \left[\frac{mg}{L} + k_F B\right)\right. \sin(\omega t) = 0$

$-mA\omega^2 + A \cdot \left[\frac{mg}{L} + k_F\right] = 0$

$-mB\omega^2 + B \cdot \left[\frac{mg}{L} + k_F\right] = 0$

sin(ωt) und cos(ωt) können nicht 0 sein, da die Gleichung für ∀t gelten muss.

$A \cdot \left(-m\omega^2 + \left[\frac{mg}{L} + k_F\right]\right) = 0$ || A kann nicht 0 sein, da die Gleichung $x(0) = B \cdot \sin(\omega t)$ nicht gilt. (Anfangsbedingung!)

$-m\omega^2 + \left[\frac{mg}{L} + k_F\right] = 0$

$$\underline{\underline{\omega = \sqrt{\frac{\frac{mg}{L} + k_F}{m}}}}$$

Aufgabe 1

c) $T_{Pendel} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2$

$L = \frac{g}{\pi^2}$

$T_{Ges} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{L} + k_F}} = 1$

$1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{\frac{g}{\pi^2}} + k_F}}$

$\frac{1}{4\pi^2} = \frac{m}{\frac{mg}{\frac{g}{\pi^2}} + k_F}$

$\frac{1}{4\pi^2} = \frac{m}{m\pi^2 + k_F}$

$4\pi^2 = \frac{m\pi^2 + k_F}{m}$

$k_F = 4\pi^2 m - m\pi^2 = 3\pi^2$

$\underline{\underline{k_F = 29.61 \ \frac{N}{M}}}$

Aufgabe 2

a) $U_c + U_L = 0$

$I = \frac{dQ}{dt}$ || in Gleichung einsetzen

$\frac{Q}{C} + L \cdot \frac{d\left(-\frac{dQ}{dt}\right)}{dt} = 0$ || I ist negativ weil der Strom aus dem Kondensator fliest.

$\frac{Q}{C} - L \cdot \frac{d^2 Q}{dt} = 0$

$\underline{\underline{-L\ddot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0}}$

b) $L = -mg$

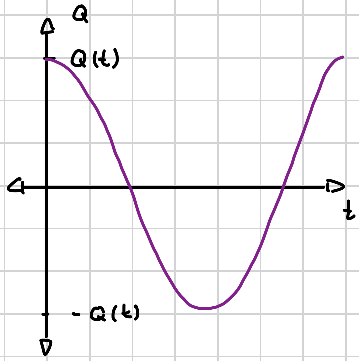
$\frac{1}{C} = \frac{mg}{L} + k_F$

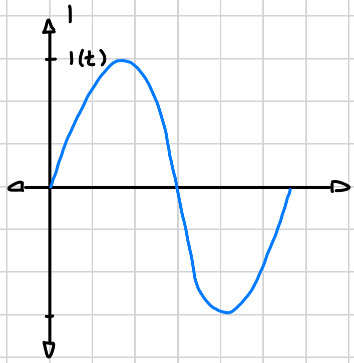
$Q = x$

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega t)$$ || Gleichung für die allgemeine harmonische Schwingung

$$I(t) = -\frac{dQ}{dt} = -\dot{Q}(t) = Q_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

c)





Aufgabe 3

a) $F_{Links} - F_{Rechts} = F_{Ges}$ || F_{Rechts} ist negativ, da F_{Rechts} gegen F_{Links} wirkt.

$$\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot \left(h_0 + \frac{\Delta h}{2}\right) \cdot g - \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot \left(h_0 - \frac{\Delta h}{2}\right) \cdot g = m \cdot \ddot{h}$$

$$m\ddot{h} - \pi R^2 \rho \cdot \left(\cancel{h_0} + \frac{\Delta h}{2}\right) \cdot g + \pi R^2 \rho \cdot \left(\cancel{h_0} - \frac{\Delta h}{2}\right) \cdot g = 0$$

$$m\ddot{h} - \cancel{2}\pi R^2 \rho \frac{\Delta h}{\cancel{2}} g = 0$$

$$\underline{\underline{m\ddot{h} - \pi R^2 \rho \Delta h g = 0}}$$

$$h(t) = \frac{\Delta h}{2} \cdot \cos(\omega t)$$ || Allgemeine Gleichung einer harmonischen Schwingung

$$\dot{h}(t) = -\frac{\Delta h}{2} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

$$\ddot{h}(t) = -\frac{\Delta h}{2} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t)$$ || Einsetzen in Bewegungsgleichung

$$-m \cdot \frac{\Delta h}{2} \omega^2 \cos(\omega t) - \pi R^2 \rho \Delta h = 0$$ || $\omega = 2\pi/T$

$$-m \frac{\Delta h}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \pi R^2 \rho \Delta h g = 0$$

$$-\cancel{2}\pi R^2 \rho h_0 \cdot \frac{\Delta h}{\cancel{2}} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \pi R^2 \rho \Delta h g = 0$$

$$-\pi R^2 \rho h_0 \Delta h \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \pi R^2 \rho \Delta h g = 0$$

Wenn $h(t) = 0$ dann ist entweder Δh oder $\cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 0$

$$-\pi R^2 \rho h_0 \frac{4\pi^2}{T^2} - \pi R^2 \rho g = 0$$

$$\pi R^2 \rho \left(h_0 \frac{4\pi^2}{T^2} + g\right) = 0 \quad \Big\| \; \pi R^2 \rho \text{ kann nicht 0 sein}$$

$$h_0 \frac{4\pi^2}{T^2} + g = 0$$

$$h_0 = -\frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = -0.1\,m$$

Die höhe ist negativ da wir die Oberfläche der Flüssigkeit während dem Gleichgewicht als 0-Punkt betrachten.

b) $\frac{\Delta h^*}{2} = 0.0015\,m = h(t)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$h(t) = \frac{\Delta h}{2} \cdot \cos(\omega t)$$

$$t = \frac{\arccos\left(\frac{2h(t)}{\Delta h}\right)}{\omega} = 0.14\,s$$